

TRABAJO PRACTICO 2

Parte 1

PRODUCTO CARTESIANO DE CONJUNTOS

Dados dos conjuntos A y B, definimos al *conjunto producto* (o *producto cartesiano*) de A y B (en ese orden), representado por $A \times B$, como el conjunto

$$A \times B = \{(x, y) / x \in A \wedge y \in B\}$$

Hay casos en que no todos los pares ordenados de un producto cartesiano de dos conjuntos responden a una condición dada. Se llama **relación** entre los conjuntos A y B a un subconjunto del producto cartesiano $A \times B$. Este puede estar formado por un solo par ordenado, varios o todos los que forman parte de $A \times B$. Si establecemos una relación entre los elementos de un mismo conjunto, existen tres propiedades fundamentales que pueden cumplirse en esa relación: propiedad **reflexiva**, **simétrica** y **transitiva**.

Se llama **función** a una relación en la cual a cada elemento del conjunto de partida le corresponde sólo un elemento del conjunto de llegada.

El **dominio** de una función está formado por aquellos valores de x (números reales) para los que se puede calcular la imagen f(x).

Ejercicio 1: Dados los conjuntos : $A = \{2, 4, 5\}$ y $B = \{a, b, c\}$,

Hallar : $A \times B$ y $B \times A$

Ejercicio 2: Sean $A = \{a, b\}$ y $B = \{1, 2, 3\}$ y $C = \{x, y\}$, Hallar : $A \times B \times C$

Ejercicio 3: Sean $A = \{x \in \mathbf{N} \wedge x \leq 3\}$ y $B = \{x \in \mathbf{N} / x = 2k \wedge 2 < x < 8\} k \in \mathbf{Z}$

Denotar por extensión $A \times B$ y $B \times A$

Ejercicio 4: Sean $A = \{a, b\}$, $B = \{2, 3\}$ y $C = \{3, 4\}$ Hallar

$$1) A \times (B \cup C) \quad 2) (A \times B) \cup (A \times C) \quad 3) A \times (B \cap C)$$

$$4) (A \times B) \cap (A \times C)$$

Ejercicio 5: Suponiendo que los pares ordenados $(x + y, 1)$ y $(3, x - y)$ son iguales , averiguar x e y

Ejercicio 6: Dados los conjuntos

$$A = \{1, 3, 5, 7\} \quad y \quad B = \{1, 2, 6\}$$

a) Definir por extensión $A \times B$ y $B \times A$

b) Definir por extensión las siguientes relaciones; indicar dominio e imagen

$$a) R_1 = \{(x, y) / (x, y) \in A \times B \wedge x \leq y\}$$

$$b) R_2 = \left\{ (x, y) / (x, y) \in A \times B \wedge x = \frac{1}{2}y \right\}$$

$$c) R_3 = \{(x, y) / (x, y) \in A \times B \wedge y \geq x - 1\}$$

$$d) R_4 = \{(x, y) / (x, y) \in B \times A \wedge |y| \leq 3\}$$

$$e) R_5 = \{(x, y) / (x, y) \in A \times B \wedge x = y \vee x = 5\}$$

Ejercicio 7: Sean $A = \{x \in \mathbb{N} / 1 \leq x \leq 5\}$ y $B = \{3, 4, 5\}$ Se define $R \subset A \times B$ mediante :

$$(x, y) \in R \Leftrightarrow x + y \leq 5$$

- i) Definir R por extensión.
- ii) Representar $A \times B$ y R
- iii) Determinar R^{-1}

NÚMEROS REALES OPERACIONES

Parte 2

1) En cada caso, planteen la ecuación traduciendo al lenguaje simbólico:

- a) el doble de un número es 28.
- b) El triple de un número es 46.
- c) El doble de un número sumado al triple del mismo número es 75.
- d) Un número es igual a su doble disminuido en 15.

2) Sabemos de dos números enteros x e y que su producto es $x \cdot y = -16$ y que x es positiva:
¿cuál es el signo de cada uno de los productos siguientes:

a) $x \cdot y \cdot x \cdot y =$

- b) $x \cdot x \cdot y =$
- c) $x \cdot x \cdot x \cdot y =$
- d) $(-1) \cdot x \cdot y =$
- e) $(-x) \cdot (-y) \cdot (-x) =$

3).- Indique si cada una de las siguientes expresiones es verdadera o falsa:

- a) $-7 < -15$
- b) $-9 < \frac{1}{3}$
- c) $3,3 > 0,4$
- d) $2 < e < 3$
- e) $\frac{7}{6} > \frac{34}{9}$

4) José pagó \$ 12.000 por su auto, una semana antes entregó el 20% de adelanto. ¿Cuánto dinero adelantó?

5) Una persona gastó la mitad del dinero que tenía en la compra de libros, la tercera parte del resto en viajes y le sobran \$18.

- a) ¿Cuánto dinero tenía?
- b) ¿Cuánto gastó en libros y cuánto gastó en viajes?.

6) Una escuela de Esquel participó en una olimpiada de matemática. Hubo tres encuentros. En el primero, la escuela obtuvo el doble de puntos que en el segundo y, en el tercero, obtuvo la mitad que en el segundo. Fueron campeones porque totalizaron 35 puntos. Calcúlenlos puntos obtenidos en cada encuentro.

7) Juan pesa la mitad que su padre, y este pesa 15 Kg más que la madre de Juan. Entre los tres pesan 185 Kg. ¿Cuánto pesa cada uno?

8) En las siguientes fórmulas físicas, despejar la variable que se indica:

a) $Q = M \cdot C \cdot (T_1 - T_2)$ hallar T_1

b) $L = L_0 \cdot (1 + \lambda \cdot \Delta t)$ hallar λ

c) $P = \frac{Q \cdot (R - r)}{2\sqrt{\frac{A}{\pi}}}$ hallar A

d) $e = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ hallar t

9) Escribir la inecuación cuyo conjunto solución sea:

- a) $(-\infty, 1)$ b) $(2, +\infty)$ c) $(2, 8)$ d) $(-4, 9)$

10) Representen gráficamente los subconjuntos y expresarlos mediante un intervalo.

- a) $x \geq 2/3$ b) $x > -3$ c) $x < -2$ d) $x \leq 1/2$
 e) $-2 < x \leq 5/2$ f) $-7/3 \leq x \leq 1/3$

11) Encuentren gráfica y analíticamente el conjunto solución de las siguientes ecuaciones:

- a) $|x| = 4$ b) $|x-5| = 2$ c) $|x+8| = 6$ d) $|-3x + \frac{3}{5}| = 0,8$
 e) $|x+1| = 2$ f) $|\frac{1}{2}x + 3| = 3$ g) $|5x-1| = 1$ h) $|2(x-3)| = 10$
 i) $|-8||-x| = |4(-4)|$ j) $|-3x(-x)| = 4$

12) Representa los siguientes puntos:

- A = (-3, -2) B = (-2, 1) C = (0, 0) D = (-1, 2) E = (4, -2) F = (0, -2) G = (-2, 0)
 H = (-2, 4) I = (1, 1)

Calcular las siguientes distancias:

$|\overline{AB}|$; $|\overline{BC}|$; $|\overline{DE}|$; $|\overline{FI}|$; $|\overline{HA}|$; $|\overline{HG}|$; $|\overline{IE}|$; $|\overline{FC}|$

13) La cantidad de tuercas producidas diariamente en una fábrica verifica

$$|c - 325.000| < 10.500 .$$

- a) ¿Cuál es la cantidad máxima de tuercas que produce la fábrica en una jornada de trabajo?
 b) ¿Cuál es la cantidad mínima de tuercas que produce la fábrica en una jornada de trabajo?

Polinomios

1) Resolver las siguientes operaciones:

$$A(x) = -5 + 3x^2 - 6x^3$$

$$B(x) = x^3 - x$$

$$C(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 0,7$$

Hallar:

a) $A + B + C$

b) $A - (B+C)$

c) $A - (B-C)$

2) Dividir los siguientes monomios:

a) $(8x^5) : (2x^3) =$

b) $\left(\frac{-1}{5}x^{10}\right) : \left(\frac{3}{4}x^3\right) =$

c) $(-6x^8) : \left(-\frac{1}{2}x^7\right) =$

d) $\left(\frac{2}{3}x^3\right) : \left(-\frac{1}{3}x\right) =$

3) Hallar el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

a) $(2x^3 - 7x^2 + 8x - 3) : (2x - 3) =$

b) $(2x^3 + 3x^2 - 1) : (x^2 - 2x) =$

c) $(2x^4 - 6x^3 + x - 3) : (x + 5x^2) =$

4) Dividir los siguientes polinomios aplicando la regla de Ruffini, y verificar que se cumple el teorema del resto:

a) $P(x) = (x^3 + 1) : (x + 1) =$

b) $P(x) = (x^4 + 1) : (x - 2) =$

c) $P(x) = (x^3 + 1) : (x - 1) =$

d) $P(x) = (x^3 + 4x - 5) : (x - 3) =$

5) Hallar los intervalos de positividad y negatividad de las siguientes funciones polinómicas:

a) $f(x) = (-3) \cdot (x-1) \cdot (x-4) \cdot (x+3)$

b) $f(x) = 8(x-1)(x-2)$

6) Factorizar: aplicar factor común:

a) $3a^5b^7m^2x^2 - 6a^3bm^5xr$

- b) $zx^3y - 3x^2y^2 + 11x^4y^2 - 9x^3y^3$
 c) $-4a^4m^2x^3 + 8a^6mx^4 - 4a^3m^2x^5 - 16a^3x^5m^6$
 d) $2a^2bx + 16a^2b^3x - 8a^5bx^2$

aplicar factor común en grupos:

- e) $ap + aq + bp + bq$
 f) $ab + 3b + 5a + 15$
 g) $ab - a - b - 1$
 h) $a^2c^3 + b^2c^3 + a^2d^3 + b^2d^3$
 i) $65ac + 26cx - 14xy - 35ay$

aplicar trinomio cuadrado perfecto:

- j) $x^2 + 2x + 1$
 k) $4a^2 + 28a + 49$
 l) $x^2z^4 - 2xz^2 + 1$

aplicar diferencia de cuadrados:

- n) $a^2 - 81$ ñ) $\frac{1}{x^2} - 9$ o) $z^4 - 25$

7) Factorar:

- a) $32p - 8pq^8$
 b) $a^2by - a^2bc + a^2xy - a^2cx$
 c) $-2ayz + 4a^2y^2z - 2a^3y^3z$
 d) $48x^3y^4 - 243x^3z^8$
 e) $byx^2a^2 - bx^4y + 2x^3by^2 - by^3x^2$
 f) $a^5 - a^3 - a^2 + 1$
 g) $2x^2y^2a^4 - y^3xa^4 - 2x^2b^4y^2 + xb^4y^3$
 h) $24a^2x^4 - 16ax^5 + 2a^4x^2 - 12a^3x^3$

i) $45x^3 - 60x^2y + 20xy^2 + 18x^2z - 24xyz + 8y^2z$

j) $4a^2m^2 + 4abm^2 + b^2m^2 - 4a^2n^2 - 4abn^2 - b^2n^2$

k) $81 + c^4x + 81y - c^4 - 81x + c^4xy - 81xy - c^4y$

l) $1 - c^6b + bc^6 - a + ac^6 - abc^6 + ab$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

1) Expresar en forma polinómica las funciones:

a) $y = (x - 6)^2 + 2$

b) $y = \frac{1}{2}(x + 1)^2 - 1$

c) $y = -3(x - 2)^2 - 6$

d) $y = 2(x + 4)^2$

2) Hallar las raíces, si es posible, de las siguientes ecuaciones interpretando en cada caso el resultado obtenido:

a) $3x^2 = 0$

b) $2x^2 - 4 = 0$

c) $3x^2 + 6x = 0$

d) $2x^2 = -7x$

e) $-3x^2 + 4x - 3 = 0$

f) $x^2 + x + 1 = 0$

g) $3x^2 - 15x + 18 = 0$

h) $2x^2 - 4x + 2 = 0$

i) $4(x-1)^2 - 9 = 0$

3) Hallar los valores de x que verifican las siguientes igualdades:

a) $-2 \cdot (5 - x) \cdot (3x + 2) + 6(x - 2)^2 = 7x + 3 - (4 - 4x)$

b) $3(2 - x) \cdot (2x - 5) - (3x - 1)^2 = 3x - 4 - (5x + 17)$

c) $(x - 1)^2 + 2x + 3(2 - x) = (2x - 1)^2$

4) Hallar la ecuación de la recta paralela a R: $x + y - 2 = 0$, que pasa por las raíces de

$y = -2x^2 + 3x + 2$

5) Sea $f(x) = -3(x-1)(x-k)$, la ecuación de una parábola cuyo vértice tiene abscisa igual

$a = -5$ a) hallar k b) calcular $f\left(\frac{-1}{3}\right)$.

6) Sea la ecuación $x^2 + 3x + k = 0$. Hallar el valor de k para la cual ecuación no tiene raíces reales.

7) Dada la siguiente función $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

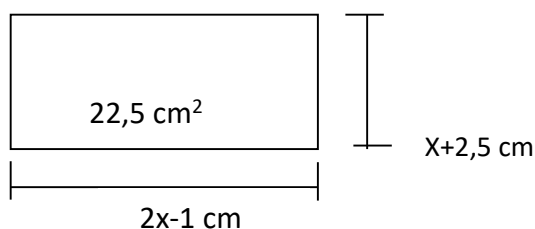
- hallar las coordenadas de los puntos de intersección de la parábola con el eje x .
- hallar las ecuaciones de las rectas que pasan por el vértice de la parábola y por cada uno de los puntos de intersección de la parábola y el eje x .
- determinar el valor real de b para que la recta $y = -2x + b$ sea tangente a la parábola.
- Representar gráficamente.

8) Si la diferencia entre dos números es 6. ¿cuáles deben ser los números para obtener el menor producto?. ¿Cuál es ese producto?

9) Si la suma de dos números es 40. ¿Cuáles deben ser esos números para obtener el mayor producto?.

10) ¿Cuál es la base y la altura de un triángulo sabiendo que tiene un área de 300 m^2 y su altura tiene 3 cm más que la base?

11) Determinar los lados del siguiente rectángulo teniendo en cuenta los datos indicados:



12) En una isla se introduce una cierta cantidad de conejos en agosto de 1999. La siguiente función permite calcular la cantidad de conejos que hay en la isla x meses después de agosto de 1999.

$$C(x) = -3(x + 10)(x - 50)$$

- a) ¿En qué mes la población de conejos fue máxima?
- b) ¿Cuál es la mayor cantidad de conejos que llega a haber en la isla?
- c) ¿Cuántos conejos había en la isla en enero de 2000?
- d) ¿Se extingue en algún momento la población de conejos?

13) Una librería mayorista ha comprobado que la ganancia (en miles de pesos) por “x cientos” de lápices está dada por la función $f(x) = -x^2 + 7x - 8$, y la ganancia (también en miles de pesos) por “ x cientos” de cajas de cuadernos viene dada por $C(x) = 2x - 4$. calcular:

- a) el número de cajas de ambos útiles para la cual se obtiene la misma ganancia.
- b) cuándo comienza a dar pérdida la venta de lápices?
- c) cuándo comienza a dar pérdida la de cuadernos?
- d) realizar el gráfico de la situación.