TRABAJO PRÁCTICO N°4 – MATRICES

Ejercicio 1 Escribir las matrices definidas por las siguientes expresiones:

g. $A \in R^{2x3}$, $A=(a_{ij})$ con $a_{ij}=1-2j$.

h. $B \in R^{3x3}$, $B=(b_{ij})$ con $b_{ij}=\begin{cases} 3\, si\, i=j \\ i+j\, si\, i\neq j \end{cases}$

i. $C \in R^{3x3}$, $C=(c_{ij})$ con $c_{ij}=\begin{cases} 2\, si\, i<j \\ i^2+j^2\, si\, i\geq j \end{cases}$

j. $D \in R^{3x2}$, $D=(d_{ij})$ con $d_{ij}=\begin{cases} 3i-j\, si\, i\leq j \\ i^2+j^2\, si\, i>j \end{cases}$

k. $E\, R^{3x4}, E=(e_{ij})$ con $e_{ij}=i+j$.

l. $F\, R^{2x3}$, $F=(f_{ij})$ con $f_{ij}=(-1)^i+j$.

Ejercicio 2 Dada la matriz:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 4 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Indicar:

c. Su dimensión.
d. Indicar el elemento a_{23}; a_{22}; a_{14}; a_{24};a_{42}

Ejercicio 3: Sean las matrices de R^{2x3},

$$A=\begin{pmatrix} 3 & -1 & 3/4 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1/2 \\ 5 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Calcule $A+B, A-B, 2A-3B$.

Ejercicio 4 Calcule $A+B-C$, siendo:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} 3 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & -1/2 \end{pmatrix} \qquad C=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 5 Halle $X \in R^{2x4}$, tal que $A+X=B$, siendo:

$$A=\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 6 Halle X e Y $\in R^{2x2}$, tal que verifiquen simultáneamente las ecuaciones:

$$3X+4Y=\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -12 & 9 \end{pmatrix} \qquad -2X+3Y=\begin{pmatrix} 8 & -7 \\ -9 & -6 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 7 Suponer que A, B, C, D y E son matrices de los tamaños siguientes: A (4x5); B (4x5); C (5x2); D (4x2); E (5x4).

Determinar cuáles de las siguientes expresiones están definidas. Para las que estén definidas proporcionar el tamaño de la matriz resultante:

i) B.A

j) A.C + D

k) A.E + B

l) A.B + B

m) E.(A + B)

n) E.(A.C)

o) E^T.A

p) (A^T + E).D

Ejercicio 8 Considerar las matrices:

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}; C=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}; D=\begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}; E=\begin{pmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Calcular cuando sea posible y justificar en caso contrario:

o) C + D^T

p) –7C

q) 2B – C

r) –3 (D + 2E)

s) tr (A)

t) 2A^T + C

u) B – B^T

v) (2E^T – 3D^T)^T

w) A.B

x) C.C^T

y) (D.A)^T

z) (A.D)^T

aa) (A.B).C

bb) (C^T.B).A^T

Ejercicio 10 En cada caso efectúe si es posible el producto con las matrices dadas:

b) $\begin{pmatrix} -4 & 5 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 5 & 6 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 7 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 5 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 2 & 4 \\ 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 2 & 4 \\ 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

f) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$

Ejercicio 11 Escriba M como una combinación lineal de A, B y C, siendo:

$M=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 12 Sean: $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Probar que si A y B son matrices triangulares superiores ⇒ A + B, y A .B también son matrices triangulares superiores.

Ejercicio 13 Calcule, si es posible, la inversa de las siguientes matrices:

b) $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

$B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ c)

Ejercicio 14 Verifique que la matriz $A=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ es igual a su inversa.

Ejercicio 15

Dada la matriz: $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Se pide:

d) Calcular los menores complementarios $|M_{21}|$, $|M_{22}|$, $|M_{23}|$ y $|M_{24}|$

e) Hallar los adjuntos A_{21}, A_{22}, A_{23} y A_{24}

f) Determinar el valor de |A|

Ejercicio 16 Calcula el valor de los siguientes determinantes e indica su rango:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 11 \\ 3 & 33 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 7 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} 10 & 497 & 1533 \\ 0 & 10 & 8931 \\ 0 & 0 & 10 \end{vmatrix}$ e) $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 14 \\ -1 & 7 & 12 \\ 2 & 1 & 6 \end{vmatrix}$

Ejercicio 17 Determinar para qué valores de "a", es invertibles la matriz:

$$A=\begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ 2 & a & 2 \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 18 Encontrar los valores de λ para los cuales el *det* (A) = 0. A= $\begin{pmatrix} \lambda-4 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 2 \\ 0 & 3 & \lambda-1 \end{pmatrix}$

Si el det(A) =0 ¿qué puedes decir de A en ambos casos?

Ejercicio 19 Resolver:

$$\begin{vmatrix} x & -1 \\ 3 & 1-x \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & x & -6 \\ 1 & 3 & x-5 \end{vmatrix}$$

Ejercicio 20 Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones :

a) $\begin{cases} 2x-y+z=5 \\ x+y-2z=-3 \\ 3x+2y-z=8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x+2y-z=11 \\ x-y+z=1 \\ 4x+3y-2z=10 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x+2y+4z=19 \\ 2x+5y+3z=21 \\ x-3y+z=4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x+y+z=2 \\ x+y-z=4 \\ x-y+z=0 \end{cases}$ e) $\begin{cases} y-z=9 \\ x+y-3z=18 \\ x+2y-4z=27 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 3x-2y=0 \\ x-y+2z=1 \\ 2x-y-2z=2 \end{cases}$

Ejercicio 21 Resolver el sistema homogéneo

a) $\begin{cases} x+2y-2z=0 \\ 4x+8y-5z=0 \\ 3x+y-6z=0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+2y+3z=0 \\ 5x+11y+19z=0 \\ 8x+17y+29z=0 \end{cases}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 6 \\ 3 & -6 & 9 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$