Función cuadrática

Una función cuadrática es una función de la forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \qquad ; \ Dom = \mathbb{R}$$

a: coeficiente principal o cuadrático, $a \in \mathbb{R} - \{0\}$

b: coeficiente lineal, $b \in \mathbb{R}$

c: término independiente, indica la ordenada al origen, $c \in \mathbb{R}$

La gráfica de una función cuadrática es una parábola, sus elementos son los siguientes:

- Ceros: son valores para los cuales la función se anula, es decir $f(x) = 0$. Gráficamente representa la intersección con el eje x. Una forma de calcular los ceros, es mediante la fórmula resolvente de la ecuación de segundo grado:

$$f(x) = 0 \rightarrow ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1-2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

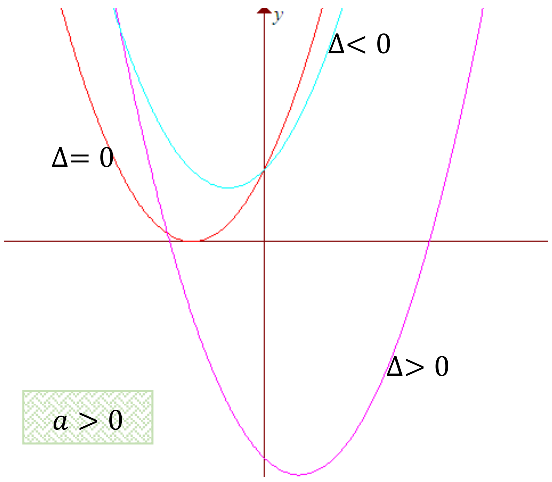
- Vértice: es el aquel punto cuya coordenada en x no tiene simétrico. Se llaman valores simétricos a aquellos valores del dominio de la función que tiene la misma imagen.

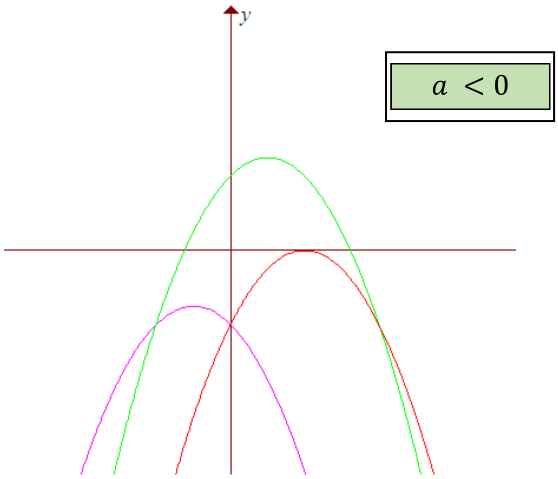
$$V(x_V; y_V) \quad \rightarrow \quad x_V = -\frac{b}{2a} = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \wedge \quad y_V = f(x_V)$$

- Eje de simetría: es la recta de ecuación $x = x_V$.
- Ordenada al origen: es la imagen de $x = 0$, es decir $y = f(0)$.

Una función cuadrática puede tener dos, uno o ningún cero, dependiendo del valor del discriminante: $\Delta = b^2 - 4ac$.

- Si $\Delta > 0$: la función tiene dos ceros reales y distintos. Gráficamente, existen dos puntos de intersección con el eje x.
- Si $\Delta = 0$: la función tiene dos ceros reales e iguales. Gráficamente, existe un solo punto de intersección con el eje x.
- Si $\Delta < 0$: la función no tiene ceros reales. Gráficamente, no existe intersección con el eje x.





Ejercicio 1: Recordar $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
Ejemplo:

a) $Y = (x - 6)^2 + 2 \rightarrow y = (x^2 - 2\,x\,6 + 6^2)^2 + 2 \rightarrow y = x^2 - 12\,x + 36 + 2 \rightarrow$
$y = x^2 - 12\,x + 38$

Ejercicio 2:

a) $3\,x^2 = 0 \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0$ unico resultado el cero. El cero no tiene signo por lo que es única solución

b) $2\,x^2 - 4 = 0 \rightarrow 2\,x^2 = 4 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow recordando\ \sqrt{x^2} = |x|$ aplicamos raíz a cada miembro $\sqrt{x^2} = \sqrt{2} \rightarrow x = +\sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2}$

c) $3\,x^2 + 6\,x = 0$ es una ecuación incompleta pero no podemos resolverla directamente como las anteriores, debemos aplicar la formula correspondiente.
$a\,x^2 \pm b\,x \pm c = 0$

$$x_{1-2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Donde a= 3 b= 6 c=0

$X_{1-2} = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4.3.0.}}{2.3} = \frac{-6 \pm \sqrt{36}}{6} \Rightarrow x_1 = 0 \quad x_2 = -2$ geométricamente la

parábola corta al eje x en dos puntos.

Ejercicio 3: Ejemplo

$$-2.(5-x).(3x+2)+6(x-2)^2 = 7x+3-(4-4x)$$

-2 (5 - x) . (3 x + 2) + 6 (x^2 – 2 x + 4) = 7x + 3 - 4 + 4 x

Desarrollo del binomio cambia el signo

Aplicamos propiedad distributiva con los paréntesis

-2 [15 x + 10 – 3 x^2 – 2x] + 6 x^2 – 12 x + 24 = 7x + 3 - 4 + 4 x

-30 x + 20 + 6 x^2 + 4 x + 6 x^2 – 12 x + 24 = 7x + 3 - 4 + 4 x

Agrupo

12 x^2 -36 x + 44 = 11 x -1 agrupo

12 x^2 - 47 x + 43= 0 resuelvo la ecuación con la fórmula de la ecuación de segundo grado

a= 12 b = -47 c = 43 aplican las fórmula y encuentran los dos valores de x.

Ejercicio 4: y = -x + 2 la recta paralela tiene igual pendiente m= -1
Las raíces de la ec. Y= -2 x^2 + 3x +2
x_{1}= -2 x_2= ½ si son raíces y =0 para cada punto por lo tanto P (-2, 0) y el punto Q=(½ , 0)
La ecuación de la recta buscada será y= m x + b si m= -1
La recta R_1 → y= m x + b pasa por P
Y= -1 x + b → reemplazo 0 = -1 . (-2) + b → b= -2
Y= -1 x -2
Hacen igual con el punto Q y obtienen las dos rectas paralelas a la dada.

Ejercicio 6: Sea la ecuación $x^2+3x+k=0$. Hallar el valor de k para la cual ecuación no tiene raíces reales.

Si $\Delta < 0$ $\Delta = b^2 - 4ac$.

9- 4.1 k < 0 → 9 – 4 k < 0 → -4k < -9 → **k > 9/4** todos los valores mayores de 9/4

Ejercicio 8: Nos dan de dato x – x_1 = 6 y me piden buscar el menos producto → busco una

Función f(x) = x . x_1 del dato que tenemos x= 6 + x_1 (1) reemplazando:

$F(x) = (6 + x_1) \cdot x_1 = 6x_1 + x_1^2$ es una función cuadrática donde el termino al cuadrado es $a = 1 > 0$ las ramas van hacia arriba , por lo tanto el mínimo producto corresponde al vértice.

Ecuación del vértice $x = \frac{-b}{2a}$ de nuestra ecuación $a = 1$ $b = -6$

$X = \frac{-(-6)}{2.1} = 3$ reemplazando en (1) **x= 3** **y encuentran los valores posibles de x.= 3**

Ejercicio 11: determinar los lados del siguiente………

Superficie = F (x) = b . h

$F(x) = (2x - 1) \cdot (x + 2{,}5) = 22{,}5$

Aplican distributiva, pasaje de términos y la fórmula de resolución.

Ejercicio 13:

$F(x) = -x^2 + 7x - 8$

$C(x) = 2x - 4$

a) Resolver la ecuación $F(x) = C(x)$
b) Resolvemos F(x) , es una parábola con las ramas hacia abajo por lo que para valores menores de los que determino con el vértice
c) Para valores menores de C(x)