MATRICES

Una matriz es un cuadro (una disposición) de valores numéricos y/o variables (representadas por letras) ubicadas en filas y columnas.

Una matriz se representa por medio de una letra mayúscula (A,B, …) y sus elementos con la misma letra en minúscula (a,b, …), con un doble subíndice (i) donde el primero indica la fila(o renglones) y el segundo la columna (j) a la que pertenece.

Las representamos entre ( ) o entre [ ]

Ejemplo A= $(a_{i,j})$

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 0 & 5 \\ 6 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

filas o renglones

Columnas

Diagonal principal

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 0 & 5 \\ 6 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$ es una matriz cuadrada de 3x3

número de filas (i) número de columnas(j)

Si i= j $\Rightarrow$ la matriz es cuadrada

El tamaño de una matriz siempre se da con el número de filas primero y el número de columnas después

Si B= $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ es B=$(b_{i,j})$ la matriz es rectangular

En general:

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{im} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

Fila i – ésima

Columna j – ésima

$Orden\ de\ la\ matriz\ A: n \times m$

Dos matrices A y B son iguales si los elementos correspondientes son iguales, es decir, lo

$$(a_{i,j}) = (b_{i,j})$$

Ejemplo $\quad A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow$ A=B

Las **filas** y **columnas** de una matriz representan **vectores**

También se puede definir una matriz por medio del término genérico $A = (a_{ij})$ que nos indica la ley de formación, donde i representa la i – ésima fila y j la j – ésima columna.

Ejemplo: Queremos la matriz $\quad A \in \mathbb{R}^{2\times 3}\,,\ A = (a_{ij})/a_{ij} = i + j$

Para determinarla $\quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$

Cálculos auxiliares:

$$\begin{cases} a_{11} = 1 + 1 = 2 & a_{12} = 1 + 2 = 3 & a_{13} = 1 + 3 = 4 \\ a_{21} = 2 + 1 = 3 & a_{22} = 2 + 2 = 4 & a_{23} = 2 + 3 = 5 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Tenemos que tener en cuenta:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 & 4 \\ 7 & 0 & \frac{1}{2} & \pi \\ \sqrt{3} & -10 & 18 & 21 \\ 0 & \sqrt{2}+1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{i} < j$

$\boldsymbol{i} > j$

Diagonal principal: $i = j$

Tipos de matrices:

Matriz Identidad I= $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ observamos: $\begin{cases} 1 & si \quad i = j \\ 0 & si \quad i \neq j \end{cases}$

<u>Clasificación de matrices</u>

- <u>Matriz fila (o vector fila)</u>: Es una matriz que solo tiene una fila, es decir $m = 1$ y por tanto es de orden 1 x n.

$$F \in \mathbb{R}^{1\,x\,m} \;, \qquad F = (\mathrm{a}_{11} \quad \mathrm{a}_{12} \;\cdots\; \mathrm{a}_{1\mathrm{j}} \;\cdots\; \mathrm{a}_{1\mathrm{m}})$$

- <u>Matriz columna (o vector columna)</u>: Es una matriz que solo tiene una columna, es decir, $n = 1$ y por tanto es de orden m x 1.

$$C \in \mathbb{R}^{n\,x\,1} \;, \qquad C = \begin{pmatrix} \mathrm{a}_{11} \\ \mathrm{a}_{21} \\ \vdots \\ \mathrm{a}_{n1} \end{pmatrix}$$

- <u>Matriz nula</u>: Matriz con todos sus elementos nulos.

$$N \in \mathbb{R}^{n\,x\,m} \,,\; N = \left((n_{ij})\right)/n_{ij} = 0 \,, \forall ij$$

Ejemplo: $N \in \mathbb{R}^{3\,x\,2} \quad \rightarrow \quad N = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

  - <u>Traza de una matriz</u>: La traza de una matriz $A \in \mathbb{R}^{nxn}$, denotada por $tr(A)$, es la suma de todos los elementos de la diagonal principal.

    Ejemplo A= $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 0 & 5 \\ 6 & 7 & 3 \end{pmatrix}$

$tr(A) = 1 + 0 + 3$ $\qquad$ $tr(A) = 4$

<u>Matriz traspuesta: </u> cambio filas por columnas

$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $A^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

2 X 3 $\qquad$ **3 X 2**

- <u>Matriz triangular</u>
    - *Matriz triangular superior*: es toda matriz **cuadrada** donde todos los elementos que se encuentran por debajo de la diagonal principal son ceros.

$$A = \left(\left(a_{ij}\right)\right) \in \mathbb{R}^{nxn} \; es\ matriz\ triangular\ superior\ si\ a_{ij} = 0\ , \forall i > j.$$

Ejemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

-
    - *Matriz triangular inferior*: es toda matriz cuadrada donde todos los elementos que se encuentran por sobre de la diagonal principal son ceros.

$$A = \left(\left(a_{ij}\right)\right) \in \mathbb{R}^{nxn} \; es\ matriz\ triangular\ inferior\ si\ a_{ij} = 0\ , \forall i < j.$$

Ejemplos:

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 0 \\ 7 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

La matriz nula de orden n es una matriz triangular inferior.

- <u>Matriz diagonal</u>: es aquella matriz cuadrada donde todos los elementos que no están en la diagonal principal son ceros.

  Ejemplos:

$$E = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad ; \quad F = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

La matriz nula de orden n es una matriz diagonal.

Operaciones con matrices

Suma o resta: A + B = C

A= $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$ B= $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 4 & 6 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$ A +B = $\begin{pmatrix} 1+0 & 2+(-3) \\ 3+4 & 5+6 \\ 6+(-4) & 7+5 \end{pmatrix}$

3X2 3X2 3X2

A + B = C = = $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 7 & 11 \\ -2 & 12 \end{pmatrix}$

para que esta operación sea realizable las dos matrices deben ser iguales, en este caso las dos de 3x2

Producto de una matriz por un número

A= $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$ K=5 5 A= $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$= $\begin{pmatrix} 1.5 & 2.5 \\ 3.5 & 5.5 \\ 6.5 & 7.5 \end{pmatrix}$= $\begin{pmatrix} 15 & 10 \\ 15 & 25 \\ 30 & 35 \end{pmatrix}$

3X2 3X2

Producto de matrices

$\begin{pmatrix} -4 & 5 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 5 & 6 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

2 X 3 **3 x 3**

=

NO SE PUEDE REALIZAR LA OPERACIÓN SI NO CUMPLE CON

EL NÚMERO DE COLUMNAS DE LA PRIMERA MATRIZ DEBE SER IGUAL AL NUMERO DE FILAS DE LA SEGUNDA MATRIZ

La matriz resultado es de **2x3** lo que me indica que la matriz resultado será

C= $\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix}$

C=A.B= $\begin{pmatrix} 13 & 35 & 18 \\ 20 & 26 & 20 \end{pmatrix}$

C_{11}= (-4).3+5.5+1.0 = 13

c_{12}= (-4).(-1)+5.6+1.1=35

$c_{13=}$ (-4).1+5.4+1.2=18

c_{21}= 0.3+ 4.5+2.0=20

c_{22}= 0.(-1)+ 4.6+2.1=26

c_{23} =0.1+ 4.4+2.2=20

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Cálculo auxiliar

a_{11}= (-1).5 + 2.5 + 3.0 = 5+10+0= 15

$$\mathbf{1 \ X \ 3} \qquad \mathbf{3 \ X \ 1}$$

$=$

EL RESULTADO ES UNA MATRIZ DE 1 X 1

$$\begin{pmatrix} \mathbf{-1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{5} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = (\mathbf{15})$$