PROBLEMAS CON NUMEROS

NUMEROS PRIMOS

1) Construir la función **int PRIMO(int)** que reciba un número natural y retorne 1 si este es primo, y 0 en caso contrario.
Utilizarla para mostrar los números primos menores que 100.

SUMA DE DIVISORES

2) Construir la función **int SUMDIV(int)** tal que reciba un número natural y retorne la suma de sus divisores propios exceptuando al mismo número.

NUMEROS PERFECTOS

3) Construir la función **int PERFECTO(int)** tal que reciba un número natural y retorne 1 si este es perfecto, y 0 en caso contrario.
Utilizarla para mostrar los primeros 4 números perfectos.
Utilizar la función de suma de los divisores como función anidada.

4) Encontrar el quinto número perfecto.

PRIMOS DE MERSENNE

5) Construir la función **int POT(int)** tal que reciba un número natural N y retorne $\mathbf{2^N}$.

Los números primos de Mersenne son números de la forma : $\mathbf{M_P = 2^P - 1}$, donde **P** es un número primo. Pierre de Mersenne establecía que los numeros $\mathbf{M_P}$ son, a su vez, números primos.

6) Encontrar el primer número $\mathbf{M_P}$ que no es primo, y el correspondiente valor de **P**.

PARES PRIMOS

Son números primos cuya diferencia es 2, como ser (3 , 5) , (5 , 7) , (11 , 13) , etc.

7) Encontrar los pares primos menores que 100.

Jorge A. Argibay

PRIMOS DE WAGSTAFF

Los números primos de Wagstaff son números de la forma : $\mathbf{W = (2^P + 1) / 3}$, donde **P** es un número primo.

8) Mostrar los números primos de Wagstaff para los primos P menores que 32, indicando si W se trata o no de un número primo.

PEQUEÑO TEOREMA DE FERMAT

Este teorema establece que todo número de Mersenne de orden **P-1** , donde **P** es un número primo, es divisible por **P**.
O sea, $\mathbf{M_{P-1} = 2^{P-1} - 1}$ será divisible por **P** .

9) Comprobar el teorema para los primos menores que 32.

NUMEROS COPRIMOS

Dos números enteros a y b son números **coprimos** o primos entre sí o primos relativos, si no tienen ningún divisor propio en común, más que 1.
También puede decirse que estos números son primos entre sí, si y sólo si, su MCD (máximo común divisor) es igual a 1.

10) Mostrar los pares de números coprimos menores que 50.

MAXIMO COMUN DIVISOR (MCD)

En matemáticas, se define el **máximo común divisor** (MCD) de dos o más números enteros al entero que los divide exactamente, es decir, sin dejar resto.

ALGORITMO DE EUCLIDES

Se basa en que el MCD de dos números también divide al resto obtenido de dividir el mayor entre el más pequeño.

Pudiendo expresarse como :

MCD (A , 0) = A
MCD (A , B) = MCD (B , A % B)

11) Construir la función **int MCD(int , int)** tal que reciba dos números enteros y retorne su MCD, calculado por el método de Euclides. Se sugiere construirla como función recursiva.

NUMEROS AMIGOS

Un par de números amigos es un par de números naturales (A , B) tal que B es la suma de los divisores propios de A, mientras que A es la suma de los divisores propios de B.

12) Mostrar los pares de números amigos menores que 1000. Excluir a los números perfectos y a los pares invertidos.

GENERACION DE NUMEROS AMIGOS

Hacia el año 850, el matemático islámico Tabit Ibn Qurra, descubrió que si se daba la relación:

$$\begin{aligned} P &= 3 * 2^{n-1} - 1 \\ Q &= 3 * 2^{n} - 1 \\ R &= 9 * 2^{2n-1} - 1 \end{aligned}$$

donde $n > 1$ y **P** , **Q** y **R** son números primos, entonces :

$$(2^{n} PQ \ , \ 2^{n} R)$$

conforman un par de números amigos.

13) Encontrar 3 valores de n que cumplan con lo anterior y mostrar los pares de números amigos que forman.

NUMEROS SOCIABLES

Los números sociables representan la generalización del concepto de números amigos, en el cual la cadena cerrada de valores es mayor que 2.
O sea, que cada número es la suma de los divisores propios del número anterior, repitiéndose los valores al cabo de cierto orden.

14) Encontrar una cadena de números sociables de 4 términos.

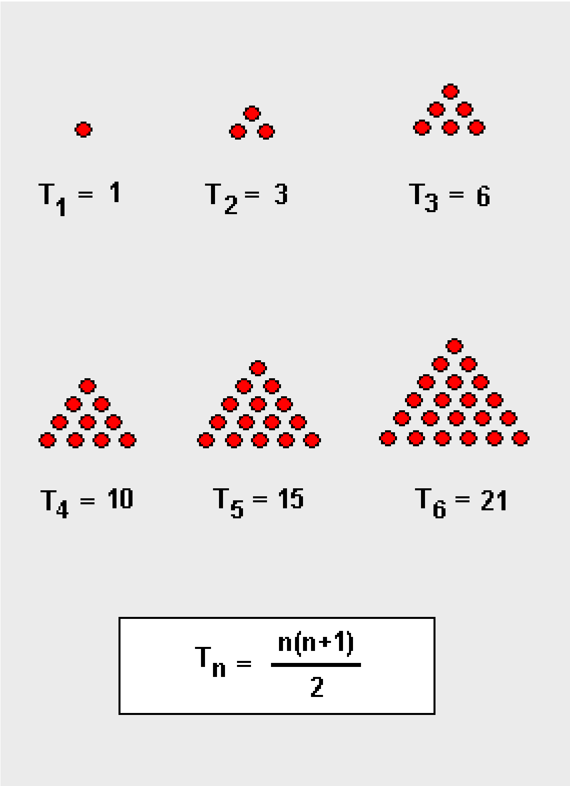
15) Encontrar una cadena de números sociables de 5 términos.

NUMEROS DEFECTIVOS Y ABUNDANTES

Los números defectivos son aquellos en que la suma de los divisores propios es menor que el número, mientras que en los números abundantes la suma es mayor que el número.

16) Indicar cuantos números defectivos, perfectos y abundantes se encuentran entre 2 y 10.000 .

NUMEROS TRIANGULARES



Los números triangulares son aquellos que pueden expresarse mediante la fórmula :

$$T_n = n (n + 1) / 2$$

donde **$n = 1 , 2 , 3 , \dots$**

Un **número triangular** es aquel que puede recomponerse en la forma de un triángulo equilátero, como lo muestra la figura de la izquierda.

Se verifica que la suma de dos números triangulares consecutivos da un cuadrado perfecto, o sea, un número elevado al cuadrado.

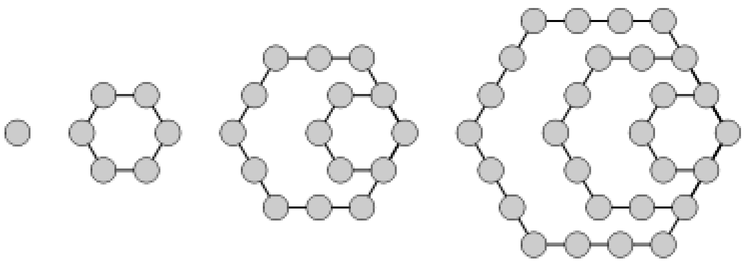
17) Se pide mostrar los números triangulares hasta el orden 100 verificando que la suma de cada uno con el siguiente da un cuadrado perfecto.

TEOREMA DE GAUSS

Enuncia que todo entero positivo puede representarse como la suma de un **máximo** de tres **números triangulares**, hecho que describió en su diario con la misma palabra que usara Arquímedes en su famoso descubrimiento: "¡Eureka! num= Δ + Δ + Δ." Nótese que este teorema no implica que los números triangulares son diferentes (como ocurre en el caso de 20 = 10 + 10), ni tampoco que debe haber una solución con tres números triangulares que sean diferentes de cero.

18) Expresar los números enteros menores que 100 como la suma de **hasta tres números triangulares**.
Se sugiere construir la función **int TRIANGULAR(int)** que recibe un número entero y retorna 1 si este es triangular, y 0 en caso contrario.

NUMEROS HEXAGONALES



Un **número hexagonal** es un número poligonal que se puede representar en forma de hexágono, como se muestra en la figura de la izquierda.

La fórmula de generación es :

$$H_n = 2n^2 - n = n(2n - 1)$$

19) Mostrar los primeros 20 números hexagonales.

20) Mostrar los primeros 20 **números triangulares** indicando cuales de estos son **hexagonales**.

21) Se pide construir la funcion de comprobación de números hexagonales **int HEXA(int)** tal que reciba un número entero y retorne 1 en caso de ser este hexagonal, y 0 en caso contrario.
Se utilizará el siguiente método de comprobación :

$$H = (\mathrm{sqrt} (8 n + 1) + 1) / 4$$

Siendo **n** el número a verificar. Si **H** es un número **entero**, entonces **n** es un número hexagonal, y no lo es en caso contrario.

NUMEROS DOBLES DE MERSENNE

Un número doble de Mersenne es un número con la siguiente forma :

$$M_{M_n} = 2^{M_n} - 1 = 2^{2^n - 1} - 1$$

Donde $2^n - 1$ es el número M_n de Mersenne.

22) Construir la función **void IMPRIBIN(int)** que recibe un número entero y lo muestra en pantalla en binario.

23) Generar los primeros 10 números dobles de Mersenne y verificar que son **números repunit binarios**.
Los **números repunit** son aquellos que se representan exclusivamente con unos (1) en una determinada base.

SUCESION DE CATALAN-MERSENNE

Es la sucesión cuyos términos son :

M = { ***2 , M(2) , M(M(2)) , M(M(M(2))) , M(M(M(M(2)))) , ... }***

24) Defina los terminos de la sucesión en forma recursiva. Construya en base a esto la función recursiva **int CM(int)** tal que reciba el orden del término deseado (el primero es 0), y retorne el valor correspondiente de la sucesión.

25) Imprima los primeros 4 términos de la sucesión indicando si son o no números primos.

NUMEROS DEFECTIVOS Y ABUNDANTES

Los números defectivos son aquellos en que la suma de los divisores propios es menor que el número, mientras que en los números abundantes la suma es mayor que el número.

26) Indicar cuantos números defectivos, perfectos y abundantes se encuentran entre 2 y 10.000 .